Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский Томский политехнический Университет»

Инженерная школа ядерных технологий

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

**Лабораторная работа № 5**

## ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ

## МЕТОДОМ МАРКОВИЦА

## Вариант 2

по дисциплине:

**Теория случайных процессов**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Исполнитель:** |  | | | | |
| студент группы | 0В01 |  | Белясов Архип Александрович |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
| **Руководитель:** |  | | | | |
| преподаватель |  |  | Крицкий Олег Леонидович |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

Томск – 2023

**Задание:**

1. Собрать исторические данные котировок ценных бумаг, входящих в индекс ММВБ-10 (база индекса <http://fs.moex.com/files/2910>, выбирайте соответствующий период времени). Данные доступны в открытом виде на ФИНАМ.РУ (<https://www.finam.ru/profile/moex-akcii/sberbank_sber-smal/export/> и по аналогии - другие).
2. Расcчитать доходности входящих в индекс акций за период *T* (см. табл. 1), построить оценку годовой матрицы ковариаций в этот период времени.
3. Для годовой матрицы ковариаций найти ее максимальное собственное число λ (численно оно равно неуменьшаемому систематическому, рыночному риску портфеля ваших активов). Переведя λ из долей в проценты, сравнить его с заданным пороговым уровнем волатильности σ портфеля (табл. 1). Если заданное σ портфеля меньше уровня систематического риска λ, то вам необходимо увеличить σ портфеля до уровня λ.
4. Ограничивая волатильность портфеля величиной σ (табл. 1), найти весовые коэффициенты портфеля, максимизируя его доходность и выбирая только положительные коэффициенты, если это возможно.
5. Расcчитать динамику стоимости построенного портфеля в первый месяц после даты формирования, нормировав его стоимость на дату формирования до единицы. Изобразить полученные значения стоимости портфеля в виде графика.
6. Добавить в построенный портфель безрисковый актив (облигацию) со средней доходностью 9%. Пересчитать доли и найти ожидаемую доходность инвестиций.

Таблица 1

ВАРИАНТЫ РАСЧЕТА ЗАДАЧ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № варианта | Период *T* | Волатильность σ, % |
| 2 | 01.07.2011-31.12.2011 | 35 |

**Теоретическое содержание**

**Портфельное инвестирование**

Рассмотрим математическую модель, разработанную Марковцом для решения задачи определения наиболее оптимальной структуры инвестиционного портфеля ценных бумаг.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

где – сумма капитала

– капитал, потраченный на покупку i-го актива

Сумма долей . В случае, если , то модель Марковица будет неклассической.

Пусть – стоимость i-ой ценной бумаги, которую мы вкладываем в портфель, – ценовые приращения для котировок i-ой ценной бумаги, – доля i-ой ЦБ, , тогда запишем формулы для безразмерного портфеля ценных бумаг (формула 2) и стоимость портфеля (формула 3).

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

Введем следующие обозначения:

– ожидаемая доходность

В классической модели под мерой риска понимается матрица ковариации, риск портфеля обуславливается волатильностью. Если мы увеличиваем количество акций, то уменьшаем рыночный риск. Диверсификация уменьшает рыночный риск, формирование портфеля возможно при решении одной из трех задач оптимизации. Рассмотрим каждую из них:

1. Найти минимум по всем при следующих ограничениях – – заданный уровень доходности и
2. Найти максимум по всем при следующих ограничениях – ,
3. Оптимизация для смешанного портфеля с безрисковым активом. Найти максимум при условии , где – непринятие риска инвестором

**Портфельное инвестирование с безрисковым активом**

Сделаем следующие обозначения:

*–* доли рисковых активов;

– доля безрискового актива;

*–* доходность;

– доходность портфеля, при условии

Рассмотрим 3 задачу оптимизации и найдем максимум при условии . Пусть – задаваемая доходность. Задача имеет смысл только при , где – ожидаемая доходность. Пусть – избыточная доходность безрискового актива, найдем . Составим систему , где – ковариация между и , , следовательно

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

Рассмотрим тангенциальный портфель

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

(для случаев с отрицательными долями ). Такой портфель не зависит от уровня , сумма все компонент равна единицы.

Найдем , для этого запишем ожидаемую доходность и . Необходимые параметры для портфеля : и . Из последнего соотношения находим:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

**Решение:** Все вычисления были выполнены в Excel, Wolfram, Matlab (код представлен в приложениях A, B, С).

1. Данные котировок ценных бумаг возьмем из базы индекса за 3 квартал 2011 года, SecID и расшифровка представлены в таблице 2.

Таблица 2. SecID и расшифровка акций

|  |  |
| --- | --- |
| SecID | Расшифровка |
| SBER03 | Сбербанк |
| GAZP | Газпром |
| GMKN | Норильский никель |
| LKOH | Лукойл |
| SBERP03 | Сбербанк(привилегированный) |
| ROSN | Роснефть |
| VTBR | ВТБ |
| CHMF | Северсталь |
| URKA | Урал Калий |
| SNGS | СургутНефтегаз |

1. Перейдем к ценовым приращениям , для которых рассчитаем годовые доходности как среднее значение относительных приращений, умноженные на 365 (так как год не високосный), результаты представлены в таблице 3. С помощью пакета Excel также рассчитана годовая матрица ковариаций, представленная в таблице 4.

Таблица 3. Годовая доходность

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| SBER03 | GAZP | GMKN | LKOH | SBERP | ROSN | VTBR | CHMF | URKA | SNGS |
| -0,6135 | -0,4031 | -1,0116 | -0,0811 | -0,6747 | -0,1542 | -1,0024 | -0,8249 | -0,0163 | -0,2123 |

Таблица 4. Годовая матрица ковариации

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | SBER03 | GAZP | GMKN | LKOH | SBERP | ROSN | VTBR | CHMF | URKA | SNGS |
| SBER03 | 0,218878 | 0,133475 | 0,10246 | 0,103512 | 0,18845 | 0,153918 | 0,159446 | 0,177825 | 0,116056 | 0,113404 |
| GAZP | 0,133475 | 0,140203 | 0,072173 | 0,085454 | 0,125829 | 0,124668 | 0,12312 | 0,129713 | 0,093058 | 0,103715 |
| GMKN | 0,10246 | 0,072173 | 0,159714 | 0,064563 | 0,093835 | 0,093996 | 0,087659 | 0,092587 | 0,078409 | 0,072115 |
| LKOH | 0,103512 | 0,085454 | 0,064563 | 0,090808 | 0,097915 | 0,097008 | 0,096272 | 0,104576 | 0,078155 | 0,079654 |
| SBERP | 0,18845 | 0,125829 | 0,093835 | 0,097915 | 0,184292 | 0,137593 | 0,143567 | 0,159577 | 0,111667 | 0,110179 |
| ROSN | 0,153918 | 0,124668 | 0,093996 | 0,097008 | 0,137593 | 0,157907 | 0,141556 | 0,158799 | 0,11564 | 0,107715 |
| VTBR | 0,159446 | 0,12312 | 0,087659 | 0,096272 | 0,143567 | 0,141556 | 0,179532 | 0,156367 | 0,108731 | 0,107081 |
| CHMF | 0,177825 | 0,129713 | 0,092587 | 0,104576 | 0,159577 | 0,158799 | 0,156367 | 0,26308 | 0,148192 | 0,099015 |
| URKA | 0,116056 | 0,093058 | 0,078409 | 0,078155 | 0,111667 | 0,11564 | 0,108731 | 0,148192 | 0,202119 | 0,080384 |
| SNGS | 0,113404 | 0,103715 | 0,072115 | 0,079654 | 0,110179 | 0,107715 | 0,107081 | 0,099015 | 0,080384 | 0,143207 |

1. Для годовой матрицы ковариаций найдем ее максимальное собственное число , так как σ портфеля меньше уровня систематического риска λ, увеличим до
2. С помощью пакета *Поиск решений*, найдем весовые коэффициенты портфеля, решая вторую оптимизационную задачу (условия: , ), результаты представлены в таблице 5. Получаем, что в итоговый портфель будет входить только акция ТрансНефть.

Таблица 5. Весовые коэффициенты

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| SBER03 | GAZP | GMKN | LKOH | SBERP | ROSN | VTBR | CHMF | URKA | SNGS |
| 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 1,00 | 0,00 |

Доходность портфеля в таком случае получилась , то есть доходность составляет -20%. Это ожидаемо, так как все акции убыточные.

1. Динамика стоимости построенного портфеля в первый месяц после даты формирования рассчитывается по формуле 3. Нормировав его стоимость на дату формирования до единицы, изобразим полученные значения стоимости портфеля (рисунок 1). Стоимость за период упала на 10%.

Рисунок 1. Динамика стоимости портфеля

1. Так как доходности все отрицательные, то не имеет смысла добавлять в построенный портфель безрисковый актив (облигацию).

**Вывод:** в ходе лабораторной работы был сформирован портфель ценных бумаг методом Марковица, доходность которого составила -10%.

Приложение А

covMatrix = First[Import["C:\\Users\\belya\\Desktop\\ТСП\\5 лаба\\Import\_data.xlsx"]]

λ = Eigenvalues[covMatrix]